

$$\text{b) } \left[\left(1 - \frac{1}{x} \right) : \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] : (x^2 - 1)$$

$$\text{c) } \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x-1} \right) : \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right)$$

$$\text{d) } \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-2)^3} \cdot \frac{(x-2)^2}{x^2 - 1}$$

Ejercicio 8

$$\text{Resuelve: } 4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$$

Ejercicio 9

$$x + \sqrt{7 - 3x} = 1$$

Ejercicio 10

$$\sqrt{2x} + \sqrt{5x - 6} = 4$$

Ejercicio 11

$$\frac{8}{x+6} + \frac{12-x}{x-6} = 1$$

Ejercicio 12

$$\log(2) + \log(x+3) = \log(x+5)$$

Ejercicio 13

$$3 \log(x) = \log(3x) + \log(2x - 3)$$

Ejercicio 14

$$\log_2(5x^2 + 15x + 10) - \log_2(x + 2) = 2$$

Ejercicio 15

$$2^{x+1} + 5 \cdot 2^x = 28$$

Ejercicio 16

$$2^{2x} + 20 = 9 \cdot 2^x$$

Ejercicio 17

$$-x^2 - 2x + 3 \geq 0$$

Ejercicio 18

$$3 \leq \frac{2x+4}{x-1} :$$

Ejercicio 19

$$x-1 < \frac{6}{x-2} :$$

Ejercicio 20

Resuelve analítica y gráficamente $\begin{cases} 3x+2y \geq 7 \\ 2x-5y \leq 11 \end{cases}$

Ejercicio 21

Resuelve este sistema y clasifícalo como sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado o sistema incompatible. ζ

Ejercicio 22

Resuelve este sistema y clasifícalo como sistema compatible determinado, sistema compatible indeterminado o sistema incompatible. ζ

Ejercicio 23

Resuelve este sistema $\begin{cases} x-y+3=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$

Ejercicio 24

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{x+1} + \frac{y+3}{y+1} = 3 \\ x(x-2) = y(1-y) \end{cases}$$

Ejercicio 25

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 11 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 26

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$$

Ejercicio 27

$$\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ \log x - \log y = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 28

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$a) y = \frac{3}{x^2 + x}$$

$$b) y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x}}$$

Ejercicio 29

En cada caso, halla la función inversa y comprueba que lo es componiendo con la original (es suficiente con hacer una de las dos composiciones).

$$a) f(x) = x^3 + 9$$

$$c) f(x) = \frac{2x - 9}{x + 3}$$

Ejercicio 30

Estudia la simetría de estas funciones:

$$a) f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$$

$$b) f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 3}$$

Ejercicio 31

Escribe las ecuaciones de las siguientes rectas:

a) Es paralela a $3x - y + 1 = 0$ y pasa por $(-2, -3)$.

Ejercicio 32

Representa las siguientes funciones:

$$a) y = x^2 + 2x + 1$$

$$b) y = \frac{x^2}{3} + 3x + 6$$

Ejercicio 33

Representa la función $f(x) = \frac{3x-3}{x-2}$ indicando claramente dominio, asíntotas y puntos de corte con los ejes.

Ejercicio 34

Representa las funciones indicando claramente dominio, asíntotas y puntos de corte con los ejes.

$$a) f(x) = 3^x$$

$$b) f(x) = \log_2(x+1)$$

$$c) f(x) = |x-4|$$

Ejercicio 35

Representa esta función

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 3 \\ 5 - x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

2ª PARTE

Ejercicio 36

Calcula los siguientes límites. En caso de que alguno de ellos sea $\pm \infty$, estudia los límites laterales.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5 - \sqrt{x+8}}{x+3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{2+x} \right)^5$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{7x^2 + 5x}{2x + 8}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 7x + 12}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 - 6x - 2}{5x^2 - 3x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x^3 + 2x^2 - 1}{x^2 + 8x - 4}$$

Ejercicio 37

Calcula los siguientes límites.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{2+x} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 + 3x - 2} - \sqrt{4x^2 + 2} \right)$$

Ejercicio 38

Estudia la existencia de asíntotas en esta función:

$$f(x) = \frac{3x - 5}{x - 2}$$

Ejercicio 39

Estudia la continuidad de estas funciones:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} & x < 0 \\ x^2 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x < 1 \\ x^2 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x < 2 \\ x^2 + 3 & x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio 40

Calcula el valor de a para que $f(x)$ sea continua en todo su dominio.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + a & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Ejercicio 41

Calcula la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{3x-1}{x^2-2}$

b) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2$

c) $f(x) = \frac{1-x^2}{x-3}$

d) $f(x) = x \ln x$

e) $f(x) = 5^x$

f) $f(x) = 2x^5 + \frac{x}{3}$

g) $f(x) = \frac{(x+1)^2}{x^3}$

h) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2}{x}$

i) $f(x) = e^x$

j) $f(x) = e^{4x^3 - 2x}$

Ejercicio 42

Los datos de la tabla reflejan la puntuación obtenida por 75 alumnos en una prueba teórica "x" y en una práctica "y" de un examen de matemáticas. Calcula el coeficiente de correlación lineal e interprétalo.

| X \ Y | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------|---|---|---|---|----|
| 1 | 4 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | 7 | 3 | 1 | 0 | 1 |
| 3 | 2 | 4 | 6 | 5 | 3 |
| 4 | 1 | 3 | 5 | 8 | 10 |
| 5 | 0 | 1 | 2 | 4 | 2 |

Ejercicio 43

Una librería ha recogido la siguiente información sobre el número de libros leídos anualmente por 20 clientes, y , y el tiempo (en horas) que tardan diariamente en llegar a su trabajo usando el transporte público, x .

| | | | |
|------------------|-------|-------|-------|
| $X \backslash Y$ | 1 - 3 | 3 - 5 | 5 - 7 |
| 0 - 1 | 4 | 9 | 0 |
| 1 - 2 | 0 | 3 | 4 |

- Obtén el coeficiente de correlación e interprétalo.
- Calcula la recta de regresión de Y sobre X .
- Si una persona tarda tres cuartos de hora en llegar a su trabajo, ¿cuántos libros al año se prevé que lea?

Ejercicio 44

Se ha preguntado a 20 estudiantes por el número de horas que pasan diariamente jugando con el ordenador, x , y su nota media este trimestre, y . Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

| | | | |
|------------------|---|---|---|
| $Y \backslash X$ | 1 | 2 | 3 |
| 3 | 0 | 5 | 6 |
| 4 | 0 | 3 | 1 |
| 7 | 4 | 1 | 0 |

- Calcula el coeficiente de correlación e interprétalo.
- Obtén la recta de regresión de Y sobre X .
- Si un alumno juega una hora y media diaria con el ordenador, ¿qué nota media cabría esperar que sacara?

Ejercicio 45

Una urna contiene 5 bolas rojas, 3 blancas y 2 verdes. Extraemos una bola, anotamos su color y la devolvemos a la urna. Si repetimos la experiencia 5 veces, calcula la probabilidad de sacar:

- Alguna bola verde.
- Menos de dos bolas verdes.

Ejercicio 46

En un determinado juego se gana cuando al lanzar dos dados se obtiene como producto de sus puntos 24 o más. Un jugador tira en 12 ocasiones los dos dados. Calcula:

- Probabilidad de que gane exactamente en cuatro ocasiones.
- Probabilidad de que pierda las 12 veces que juega.

Ejercicio 47

Se sabe que el 30% de la población de una determinada ciudad ve un concurso que hay en televisión. Desde el concurso se llama por teléfono a 10 personas de esa ciudad elegidas al azar. Calcula la probabilidad de que, entre esas 10 personas, estuvieran viendo el programa:

- Más de 8.
- Alguna de las 10.

Ejercicio 48

Halla, en una distribución $N(0, 1)$, las siguientes probabilidades:

- $P[z > -0,2]$
- $P[z > 1,27]$
- $P[-0,52 < z < 1,03]$

Ejercicio 49

Las ventas diarias, en euros, en un determinado comercio siguen una distribución $N(950, 200)$. Calcula la probabilidad de que las ventas diarias en ese comercio:

- Superen los 1200 euros.
- Estén entre 750 y 1000 euros.

Ejercicio 50

El tiempo empleado, en horas, en hacer un determinado producto sigue una distribución $N(10, 2)$. Calcula la probabilidad de que ese producto se tarde en hacer:

- Menos de 7 horas.
- Entre 8 y 13 horas.

Ejercicio 51

El nivel de colesterol en una persona adulta sana sigue una distribución normal $N(192, 12)$. Calcula la probabilidad de que una persona adulta sana tenga un nivel de colesterol:

- Superior a 200 unidades.
- Entre 180 y 220 unidades.

Ejercicio 52

Sean A y B los sucesos tales que: $P[A] = 0,4$, $P[A' \cap B] = 0,4$, $P[A \cap B] = 0,1$. Calcula $P[A \cup B]$ y $P[B]$.

Ejercicio 53

Sean A y B dos sucesos de un espacio de probabilidad tales que: $P[A'] = 0,6$, $P[B] = 0,3$, $P[A' \cup B'] = 0,9$

- ¿Son independientes A y B ?
- Calcula $P[A' / B]$.

Ejercicio 54

Se hace una encuesta en un grupo de 120 personas, preguntando si les gusta leer y ver la televisión. Los resultados son:

- A 32 personas les gusta leer y ver la tele.
- A 92 personas les gusta leer.
- A 47 personas les gusta ver la tele.

Si elegimos al azar una de esas personas:

- ¿Cuál es la probabilidad de que no le guste ver la tele?
- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer, sabiendo que le gusta ver la tele?
- ¿Cuál es la probabilidad de que le guste leer?

Ejercicio 55

Tenemos dos urnas: la primera tiene 3 bolas rojas, 3 blancas y 4 negras; la segunda tiene 4 bolas rojas, 3 blancas y 1 negra. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea blanca?
- Sabiendo que la bola extraída fue blanca, ¿cuál es la probabilidad de que fuera de la primera urna?

Ejercicio 56

El 1% de la población de un determinado lugar padece una enfermedad. Para detectar esta enfermedad se realiza una prueba de diagnóstico. Esta prueba da positiva en el 97% de los pacientes que padecen la enfermedad; en el 98% de los individuos que no la padecen da negativa. Si elegimos al azar un individuo de esa población:

- ¿Cuál es la probabilidad de que el individuo dé positivo y padezca la enfermedad?
- Si sabemos que ha dado positiva, ¿cuál es la probabilidad de que padezca la enfermedad?