I.E.S. POLITÉCNICO

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

Curso 2018-19

CONSTRUCCIÓN DEL TRIÁNGULO DE SIERPINSKI CON LATAS DE ALUMINIO DE 33 CL

Desde siempre, la asignatura de Matemáticas arrastra el sambenito de ser la más difícil, antipática e inútil de todas las que se estudian en el instituto. Es famosa la eterna pregunta ¿Y esto para qué sirve? Es por ello que, desde el departamento de Matemáticas, algunos miembros, junto con los cursos 1º, 2º y 3º del programa bilingüe de la E.S.O. del I.E.S. Politécnico nos propusimos construir una figura que nos permitiese estudiar diversos aspectos como son la **Simetría, Teorema de Tales, Teorema de Pitágoras, Semejanza, Potencias, Progresiones y Sucesiones, Sistema Internacional de Medidas, Áreas y volúmenes, Geometría,…**

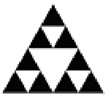
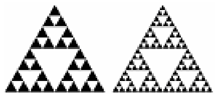
El reto no era muy sencillo: conseguir más de 1.000 latas de tamaño estándar para formar el famoso triángulo fractal de Sierpinski y relacionarlo con los contenidos de los cursos de la E.S.O.

FRACTALES Y TRIÁNGULOS

En la década de los 70 se comenzaron a estudiar en matemáticas los llamados **objetos fractales** que, de modo sencillo, se pueden interpretar como objetos que se repiten a sí mismos independientemente de la escala utilizada para observarlos. Estos objetos resultaron ser muy útiles para explicar fenómenos naturales y estudiar características geométricas con patrones caóticos (como por ejemplo, medir la longitud de la costa de Inglaterra).

EL FRACTAL DE SIERPINSKI

Es muy común en matemáticas que distintos conceptos surjan en épocas y lugares diferentes para después encajar a la perfección. En este caso, el matemático polaco **Waclaw Sierpinski** introdujo su famoso triángulo medio siglo antes del desarrollo exhaustivo de la geometría fractal. Su construcción es muy simple:

1) Partimos de un triángulo equilátero.		2) Unimos los puntos medios de los lados y eliminamos el triángulo central.	
3) Repetimos el proceso con cada uno de los tres triángulos obtenidos, sin olvidar la eliminación de los triángulos centrales.		4) Continuamos el proceso de forma indefinida.	

Este objeto cumple dos propiedades curiosas: se repite a sí mismo a cualquier escala y la repetición infinita del proceso de construcción lleva a una figura que tiene superficie cero y perímetro infinito, algo que desafía la lógica de la intuición.

EL MONTAJE DEL TRIÁNGULO DE SIERPINSKI

A lo largo de todo el proceso hemos utilizado el siguiente material:

- 1092 latas de refresco o cerveza de diámetro 66 mm
- 10 tubos de adhesivo de montaje
- 4 moldes de madera
- 6 tubos de silicona
- 6 botes de pintura de color verde
- 9 metros de perfil de PVC
- Muchas horas de esfuerzo y paciencia

Las distintas fases del trabajo fueron realizadas en horas extraescolares, principalmente por las tardes, ya que necesitábamos disponer de un habitación entera de trabajo para poder pegar y almacenar los triángulos utilizados.

FASE 1: RECOLECCIÓN DE LAS LATAS

Una vez motivados y dispuestos a llegar hasta el final, colocamos dos cubos, uno en la entrada del instituto y otro en los pasillos de los talleres, para que todo el mundo colaborase con latas de tamaño estándar. He aquí el resultado de tal proceso:

Cervezas con o sin alcohol		679 (49,0%)
Refrescos de cola		473 (34.1%)
Refrescos de naranja		86 (6,2%)
Refrescos de Limón		84 (6.1%)
Agua tónica		35 (2,5%)
Refrescos varios		29 (2,1%)
	TOTAL	1386 (100%)

FASE 2: LOS PRIMEROS TRIÁNGULOS

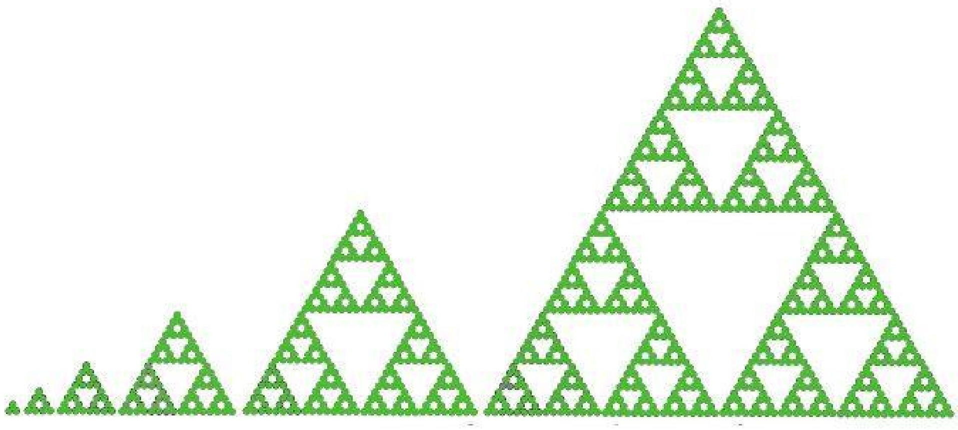
Por fin comenzamos a pegar latas. El primer objetivo (y el más duro) fue conseguir pegar 121 triángulos de 9 latas cada uno, para lo que usamos dos moldes de madera, 10 tubos de adhesivo de montaje y tres pistolas para hacer el triple de trabajo en el mismo tiempo.

Cada triángulo de 9 latas está formado por 3 bloques de 3 latas y requiere utilizar 12 aplicaciones de pegamento, por lo que el montaje preciso de uno de estos primeros triángulos necesita aproximadamente de 6 o 7 minutos (y eso una vez que ya se tiene interiorizada la rutina de trabajo)

Fase 3: Los siguientes triángulos

Cuando al fin estuvieron listos los 121 triángulos de 9 latas, comenzamos a pegarlos entre ellos para así conseguir todos los triángulos deseados. Esta vez necesitamos otros dos tubos de adhesivo de montaje. Para el resultado final, hubo que pegar:

1 triángulo de 3 latas
1 triángulo de 9 latas (formado por 3 triángulos de 3 latas)
1 de 27 latas (formado por 3 triángulos de 9 latas)
1 de 81 latas (formado por 3 triángulos de 27 latas)
1 de 243 latas (formado por 3 triángulos de 81 latas)
1 de 729 latas (formado por 3 triángulos de 243 latas)



Estos serán los 6 triángulos que formarán parte del montaje final.

Fase 4: El color

Para esta fase se compraron 6 botes de espray con pintura de color verde hoja. La idea es que destaque en la fachada de entrada al instituto

Fase 5 Colocación del fractal

En un principio se pensó en colocar la estructura en la pared que hay justo sobre la entrada a la cafetería, pero debido a diversos problemas se optó por elegir la pared de azulejos blancos que hay justo a la entrada del instituto, en la "calle del aire"

LAS MATEMÁTICAS DEL TRIÁNGULO DE SIERPINSKI

Esta figura nos ayuda no sólo a entender el concepto de fractal, sino a visualizar diversos conceptos matemáticos relacionados con las sucesiones:

El número de latas de cada triángulo viene dado por la progresión geométrica

$$\mathbf{Latas_n = 3^n}$$

De tal manera que el primer triángulo tiene 3 latas, el segundo 9, el tercero 27…

- La longitud de la base y altura de cada triángulo se obtienen también como una progresión geométrica y una sucesión:

$$\boxed{\text{Base}_n = 2^{(n+1)}\cdot a \quad \text{Altura}_n = \left[\left(2^n - 1\right)\sqrt{3} + 2\right]\cdot 33}$$

donde a = 33 mm es el radio de una lata.

Además, para llegar a estas expresiones hemos trabajado con radicales, el Teorema de Pitágoras, y la expresión de la altura de un triángulo equilátero en función de su lado.

INFORMACIÓN PREVIA NECESARIA

Antes de comenzar el proyecto, era imprescindible saber cuántas latas íbamos a necesitar y las dimensiones totales de la figura. Para ello, usamos la fórmula que nos permite obtener la suma de varios términos consecutivos de una progresión geométrica. En este caso, de los 6 primeros términos de la sucesión del número de latas:

$$\boxed{S_6 = \frac{3^1\cdot\left(3^6 - 1\right)}{3-1} = \frac{3\cdot\left(729-1\right)}{2} = 1092\ latas}$$

Gracias a todo esto, supimos de antemano las dimensiones que debería tener la pared para poder colocar nuestra Sucesión de Triángulos de Sierpinski.

Order of iteration “n” (Orden “n”)	0	1	2	3	4	5	6	General Term (Término general)	Total (Total)
Quantity of cans (Número de latas)	1	3	9	27	81	243	729	3^n	1093
Weight of cans in gr (Peso de las latas en gr)	15	45	135	405	1215	3645	10935	$15*3^n$	

Gracias a todos por vuestra colaboración.

Han participado en la elaboración del fractal:

1º ESO	2º ESO	3º ESO	Profesores
Fassih, Ibtesam Kayboub Hmine, Sara Mahdi, Soufiane Salhi Salhi, Samea Enabt, Imad	Alarcón Conesa, Francisco Alcaide Pozuelo, Candela Bouras Rebai, Iman Buitrago Rodríguez, Jefnna Eliane Gómez Ortiz, Ingrid Tatiana Laouaj Ettirach, Mohamed Meroño Abellán, Natalia Ruiz Avellan, José Carlos Samper Celdrán, Pedro Angel	Abramczuk, Gabriel Óscar Albaladejo Soto, Francisco Bourasse Maksylewicz, Youssef Conesa Acosta, Honorio Jilal, Amine Karamyan, Gor Martínez González, Aarón Martínez González, Lucía	**Departamento de Matemáticas:** José Julio García Hernández **Colaborador:** José Méndez Maldonado